

Inhaltsverzeichnis

W = Wiederholung aus der Sekundarstufe I

1. Die Zahlenmengen W	9	2.5.2	Echt und unecht gebrochenrationale Funktionen	89		
1.1 Natürliche, ganze und rationale Zahlen W	9	2.5.3	Nullstellen	94		
1.2 Reelle Zahlen W	10	2.5.4	Behebare Definitionslücken	94		
Übungen zu 1	12	Übungen zu 2.5	96	Prüfen Sie sich!	97	
2 Daten und Funktionen	13	2.6	Exponential- und Logarithmusfunktionen	98		
2.1 Begriff und Definition einer Funktion W	13	2.6.1	Exponentielle Prozesse und Exponentialfunktionen	98		
Übungen zu 2.1	18	2.6.2	Die e -Funktion	103		
2.2 Lineare Funktionen	20	2.6.3	Logarithmen	104		
2.2.1 Ursprungsgeraden W	20	2.6.4	Logarithmusfunktionen	107		
2.2.2 Von der Ursprungsgerade zur allgemeinen Gerade W	24	Übungen zu 2.6	108	2.7	Verkettung von Funktionen	109
2.2.3 Abschnittsweise definierte lineare Funktionen	25	Übungen zu 2.7	111	2.8	Umkehrfunktionen	112
2.2.4 Zeichnen der Graphen W	26	2.8.1	Definition der Umkehrfunktion	112		
2.2.5 Bestimmung des Funktionsterms anhand des Graphen W	26	2.8.2	Umkehrbarkeit einer Funktion	113		
2.2.6 Bestimmung des Funktionsterms anhand gegebener Punkte bzw. eines Punktes und der Steigung W	27	2.8.3	Wurzelfunktionen als Umkehrung der Potenzfunktionen	116		
2.2.7 Nullstellen und Schnittpunkte W	28	Übungen zu 2.8	120	2.9	Winkelfunktionen	121
2.2.8 Orthogonalität von Geraden	30	2.9.1	Definition der Winkelfunktionen am Einheitskreis	122		
2.2.9 Geradenscharen	31	2.9.2	Die Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck und Dreiecksberechnungen	123		
2.2.10 Lineare Gleichungssysteme	32	2.9.3	Die Winkelfunktionen im Bogenmaß	125		
Exkurs: Lineare Ungleichungen	34	2.9.4	Eigenschaften der Winkelfunktionen	127		
Übungen zu 2.2	37	2.9.5	Die Umkehrungen der Sinus- Kosinus- und Tangensfunktion	129		
2.3 Quadratische Funktionen	40	2.9.6	Die Funktionen zu $g(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d$	130		
2.3.1 Die Normalparabel W	41	2.9.7	Zusammengesetzte Funktionen	135		
2.3.2 Von der Normalparabel zur allgemeinen Parabel W	41	2.9.8	Lösen goniometrischer Gleichungen	138		
2.3.3 Bestimmung der Scheitelpunktform aus der allgemeinen Form W	45	Übungen zu 2.9	142	Prüfen Sie sich!	145	
2.3.4 Nullstellen und quadratische Gleichungen W	49	ÜBERBLICK: Symmetrien, Verschiebungen und Streckungen	146	3 Beschreibende Statistik	148	
Exkurs: Zur Nichtlösbarkeit quadratischer Gleichungen	55	3.1	Merkmalsarten und Messskalen	148		
2.3.5 Bestimmung quadratischer Funktionsterme	56	Übungen zu 3.1	150	3.2	Häufigkeiten	151
2.3.6 Schnittpunkte von Funktionsgraphen	60	Übungen zu 3.2	152	3.3	Diagramme	152
Übungen zu 2.3	61	Übungen zu 3.3	156	3.4	Lageparameter	161
Prüfen Sie sich!	64	3.4.1	Arithmetisches Mittel	161		
2.4 Ganzrationale Funktionen	65	3.4.2	Median	162		
2.4.1 Symmetrieeigenschaften	65	3.4.3	Modalwert	164		
2.4.2 Nullstellenberechnung	67	Übungen zu 3.4	165	3.5	Streuungsmaße	167
2.4.3 Näherungsverfahren zur numerischen Bestimmung der Nullstellen	73					
ÜBERBLICK: Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen	76					
2.4.4 Verlauf der Graphen	78					
2.4.5 Bestimmung ganzrationaler Funktionsterme höherer Grades	81					
Übungen zu 2.4	85					
2.5 Gebrochenrationale Funktionen	86					
2.5.1 Hyperbeln	87					

3.5.1	Spannweite	167	7.2	Steigung einer Funktion an einer Stelle – Ableitung	263
3.5.2	Quartile, Quartilsabstand und Boxplots	167		Übungen zu 7.2	268
3.5.3	Varianz und Standardabweichung	170	7.3	Differenzierbarkeit von Funktionen und Ableitungsfunktion	271
	Exkurs: Eigenschaften des Medians und des Mittelwertes	173		Übungen zu 7.3	275
	Übungen zu 3.5	176	7.4	Ableitungsregeln und höhere Ableitungen	276
3.6	Regression und Korrelation	178	7.4.1	Potenz-, Konstanten-, Faktor- und Summenregel	276
3.6.1	Regressionsgerade	179	7.4.2	Ableitungen höherer Ordnung	283
	Exkurs: Herleitung der Formel zur Ermittlung der Regressionsgeraden $y = mx + b$	181	7.4.3	Produktregel	284
3.6.2	Korrelationskoeffizient	182	7.4.4	Quotienten- und Kehrwertregel	286
	Übungen zu 3.6	186	7.4.5	Kettenregel	288
	Prüfen Sie sich!	188	7.4.6	Ableitung von Wurzelfunktionen	290
			7.4.7	Ableitung der Umkehrfunktion – Umkehrregel	293
4	Komplexe Zahlen	189	7.4.8	Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktionen	295
4.1	Komplexe Zahlen in kartesischer Darstellung	189	7.4.9	Ableitung trigonometrischer Funktionen	300
4.2	Komplexe Zahlen in trigonometrischer Darstellung	191		Übungen zu 7.4	303
4.3	Komplexe Zahlen in der Exponentialform	194	7.5	Bedeutung der Ableitung in der Technik Übungen zu 7.5	304
	Übungen zu 4.1 bis 4.3	195		Prüfen Sie sich!	305
4.4	Komplexe Zahlen in der Technik	198			
	Übungen zu 4.4	203	8	Anwendungen der Differential- rechnung	306
	Prüfen Sie sich!	204	8.1	Eigenschaften reeller Funktionen	306
5	Folgen und Reihen	205	8.1.1	Monotonieverhalten und lokale Extremstellen	307
5.1	Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen	206	8.1.2	Krümmungsverhalten und Wendestellen	314
	Übungen zu 5.1	210	8.1.3	Ein weiteres hinreichendes Kriterium für die Existenz lokaler Extrempunkte	320
5.2	Zinseszinsrechnung	211	8.1.4	Ein weiteres hinreichendes Kriterium für die Existenz von Wendepunkten	322
	Übungen zu 5.2	214	8.1.5	Krümmung eines Funktionsgraphen	326
5.3	Grundlegende Eigenschaften unendlicher Zahlenfolgen	215		Exkurs: Herleitung der Formel für die Krümmung	328
5.3.1	Monotonie und Beschränktheit von Zahlenfolgen	215		Übungen zu 8.1	330
	Übungen zu 5.3.1	218	8.2	Funktionsuntersuchung – Analyse	333
5.3.2	Konvergenz von Zahlenfolgen	219	8.2.1	Exemplarische Untersuchung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades	333
	Übungen zu 5.3.2	230		ÜBERBLICK: Untersuchung ganz- rationaler Funktionen	337
	Prüfen Sie sich!	232	8.2.2	Exemplarische Untersuchung einer gebrochenrationalen Funktion	338
6	Grenzwerte von reellen Funktionen	233	8.2.3	Exemplarische Untersuchung einer Wurzelfunktion im weiteren Sinne	342
6.1	Grenzwerte von Funktionen für $ x \rightarrow \infty$	233	8.2.4	Exemplarische Untersuchung einer Exponentialfunktion im weiteren Sinne	345
	Übungen zu 6.1	243	8.2.5	Exemplarische Untersuchung einer Logarithmusfunktion im weiteren Sinne	348
6.2	Grenzwerte von Funktionen an einer Stelle x_0	244	8.2.6	Exemplarische Untersuchung einer trigonometrischen Funktion im weiteren Sinne	350
	Übungen zu 6.2	251		Übungen zu 8.2	354
6.3	Stetigkeit von reellen Funktionen	252			
	Übungen zu 6.3	258			
	Prüfen Sie sich!	259			
7	Differentialrechnung	260			
7.1	Bestimmung der Steigung eines Graphen durch graphisches Differenzieren	261			
	Übungen zu 7.1	262			

8.3	Steckbriefaufgaben – Synthese	358	10.5.3	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit von Vektoren	477
	Übungen zu 8.3	362		Exkurs: Basis eines Vektorraums	479
8.4	Scharfunktionen	364	10.5.4	Kriterien für die Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	481
	Übungen zu 8.4	379	10.5.5	Anwendungen linearer Gleichungssysteme	489
8.5	Extremwertaufgaben	381		Übungen zu 10.5	490
	Übungen zu 8.5	389	10.6	Geraden und Ebenen	492
8.6	Das Newton'sche Näherungsverfahren	392	10.6.1	Gleichung der Geraden	492
	Übungen zu 8.6	396	10.6.2	Gleichung der Ebenen	497
8.7	Mathematisches Modellieren I – Splines	397		Übungen zu 10.6.1 und 10.6.2	502
8.7.1	Splines – Praktikable Theorie	398	10.6.3	Lagebeziehungen zwischen Geraden	504
8.7.2	Splines – Praktischer Zugang	403	10.6.4	Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen	509
	Übungen zu 8.7	411	10.6.5	Lagebeziehungen zwischen Ebenen	512
	Prüfen Sie sich!	412		Exkurs: Geometrische Deutung linearer Gleichungssysteme	518
9	Integralrechnung und ihre Anwendungen	413		Übungen zu 10.6.3 bis 10.6.5	520
9.1	Stammfunktionen und unbestimmte Integrale	413	10.7	Skalarprodukt	525
	Übungen zu 9.1	415	10.7.1	Betrag eines Vektors und Orthogonalität von Vektoren	525
9.2	Bestimmte Integrale und Flächeninhalte	416	10.7.2	Definition und Eigenschaften des Skalarprodukts	530
9.2.1	Flächeninhalte zwischen Funktions- graphen und der x -Achse	418	10.7.3	Winkel zwischen Vektoren	533
9.2.2	Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen	426	10.7.4	Beweise mithilfe des Skalarprodukts	536
	Übungen zu 9.2	429		Übungen zu 10.7	537
9.3	Physikalisch-technische Anwendungen der Integralrechnung	432	10.8	Normalengleichungen – Abstände und Winkel	540
	Übungen zu 9.3	435	10.8.1	Normalengleichung einer Geraden	540
9.4	Volumenberechnung	435	10.8.2	Abstand eines Punktes von einer Geraden	542
	Übungen zu 9.4	439	10.8.3	Normalengleichung einer Ebene	546
9.5	Spezielle Integrationsverfahren	440	10.8.4	Abstand eines Punktes von einer Ebene	549
9.5.1	Partielle Integration (Produktintegration)	440	10.8.5	Winkel zwischen zwei Ebenen	554
9.5.2	Substitutionsregel	444	10.8.6	Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene	556
9.5.3	Partialbruchzerlegung	447		Exkurs: Weitere Abstände im Raum	557
9.5.4	Numerische Integration	451		ÜBERBLICK: Längen-, Winkel- und Abstandsberechnungen im Anschauungsraum (\mathbb{R}^3)	561
	Übungen zu 9.5	454		Übungen zu 10.8	562
	ÜBERBLICK: Flächeninhalts- und Volumenberechnungen mithilfe der Integralrechnung	456	10.9	Das Vektorprodukt	565
	Übungen zu 9	457		Übungen zu 10.9	567
	Prüfen Sie sich!	459		Prüfen Sie sich!	569
10	Analytische Geometrie	460	11	Matrizen und Abbildungen	570
10.1	Der Begriff des Vektors	460	11.1	Grundlagen und Anwendungen von Matrizen	570
10.2	Anschauliche Vektorrechnung	462		Übungen zu 11.1	577
10.3	Kollineare und komplanare Vektoren	465	11.2	Lineare Abbildungen – Spezielle quadratische Matrizen	578
10.4	Punkte und Vektoren im Koordinatensystem	466	11.2.1	Anschauliche Beispiele – Lineare Abbildungen im \mathbb{R}^2	579
	Exkurs: Der Begriff des Vektorraums	471	11.2.2	Projektionen und Spiegelungen	581
	Übungen zu 10.1 bis 10.4	472		Übungen zu 11.2	587
10.5	Lineare Unabhängigkeit und Gleichungssysteme	474			
10.5.1	Linearkombination von Vektoren	474			
10.5.2	Der Gauß'sche Algorithmus zum Lösen von Gleichungssystemen	475			

11.3	Lineare Abbildungen – Allgemeine quadratische Matrizen589	12.5.1	Standardisierung652
11.3.1	Eigenvektoren und Eigenwerte als charakteristische Größen589		Übungen zu 12.5.1654
11.3.2	Umkehrabbildung – Inverse Matrix593	12.5.2	Bestimmung von Wahrscheinlich- keiten mithilfe der Normalverteilung . .	.654
	Exkurs: Das Leslie-Populationsmodell .	.598		Übungen zu 12.5.2658
	Übungen zu 11.3600	12.6	Normalverteilung659
	Prüfen Sie sich!601	12.6.1	Stetige Zufallsvariablen659
12	Stochastik602	12.6.2	Normalverteilte Zufallsvariablen660
12.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeits- rechnung602		Exkurs: Zentraler Grenzwertsatz662
12.1.1	Grundbegriffe602		Übungen zu 12.6.1 und 12.6.2663
	Übungen zu 12.1.1605	12.7	Statistische Tests665
12.1.2	Der Begriff der Wahrscheinlichkeit . .	.605	12.7.1	Alternativtest665
	Übungen zu 12.1.2608		Übungen zu 12.7.1669
12.1.3	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten . .	.609	12.7.2	Signifikanztest670
	Übungen zu 12.1.3611		Übungen zu 12.7.2674
12.1.4	Mehrstufige Zufallsexperimente612		Prüfen Sie sich!675
	Übungen zu 12.1.4615	13	Vertiefung der Differential- und Integralrechnung676
12.1.5	Zählstrategien616	13.1	Exponential- und Logarithmus- funktionen als Scharfunktionen676
	Übungen zu 12.1.5622		Übungen zu 13.1684
12.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten623	13.2	Mathematisches Modellieren II – Differentialgleichungen689
12.2.1	Der Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit623	13.2.1	Beispiele für Differentialgleichungen .	.689
	Übungen zu 12.2.1624	13.2.2	Lösen von Differentialgleichungen . .	.689
12.2.2	Unabhängigkeit von Ereignissen625	13.2.3	Differentialgleichungen mit Anfangsbedingungen692
	Übungen zu 12.2.2628		Übungen zu 13.2695
12.2.3	Die Formel von Bayes629		Prüfen Sie sich!696
	Übungen zu 12.2.3631	14	Vernetzende Aufgaben697
12.3	Zufallsvariablen632	15	Mathematik mit CAS702
12.3.1	Zufallsvariablen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung632	15.1	Analysis mit CAS704
	Übungen zu 12.3.1634	15.1.1	Funktionsuntersuchung704
12.3.2	Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen634	15.1.2	Newton'sches Näherungsverfahren . .	.711
	Übungen zu 12.3.2637	15.1.3	Extremwertaufgaben712
12.3.3	Erwartungswert einer Zufallsvariablen	.637	15.2	Analytische Geometrie mit CAS714
	Übungen zu 12.3.3638	15.2.1	Lineare Gleichungssysteme714
12.3.4	Varianz und Standardabweichung einer Zufallsvariablen639	15.2.2	Vektoren715
	Übungen zu 12.3.4641	15.2.3	Geraden und Ebenen716
12.4	Binomialverteilung641	15.3	Stochastik mit CAS718
12.4.1	Formel von Bernoulli641	15.3.1	Simulation718
	Übungen zu 12.4.1644	15.3.2	Binomialverteilung719
12.4.2	Umgang mit Binomialverteilungen . .	.644	15.3.3	Signifikanztest720
	Übungen zu 12.4.2646	Anhang		
12.4.3	Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung646		Tabellen zur Stochastik721
	Übungen zu 12.4.3648		Prüfen Sie sich! – Lösungen731
12.4.4	Eigenschaften von Binomial- verteilungen und Sigmaregeln648	Stichwortverzeichnis746
	Übungen zu 12.4.4651	Mathematische Zeichen und Symbole751
12.5	Näherungsformel von de Moivre und Laplace652	Physikalisch-technische Größen und Formeln		