

Inhalt

1	Aus der analytischen Geometrie der Ebene	11
1.1	Koordinatensysteme	11
1.1.1	Koordinatensysteme auf der Geraden	11
1.1.2	Koordinatensysteme in der Ebene	11
1.2	Koordinatentransformation und Polarkoordinaten	12
1.3	Kreise und Drehungen	14
1.4	Parameterdarstellung und Gleichung einer Geraden	16
1.5	Kegelschnitte	17
1.5.1	Parabel	17
1.5.2	Ellipse	19
1.5.3	Hyperbel	21
	Aufgaben	23
2	Grundbegriffe der analytischen Geometrie	25
2.1	Geometrische Punkt- und Vektorräume	25
2.1.1	Koordinatensysteme im Raum	25
2.1.2	Addition von Vektoren	27
2.1.3	Vervielfachung von Vektoren	28
2.1.4	Vektorräume	29
2.1.5	Geraden und Ebenen	33
2.1.6	Beispiele	36
2.2	Abstände, Winkel und Inhalte	37
2.2.1	Skalarprodukt	37
2.2.2	Winkel zwischen Vektoren bzw. Geraden	39
2.2.3	Linearkombination und Basis, Orthogonalprojektion	42
2.2.4	Zylinder- und Kugelkoordinaten im 3-Raum	46
2.2.5	Vektor- und Spatprodukt im 3-Raum	48
2.3	Metrische Grundaufgaben mit Geraden und Ebenen	53
2.3.1	Gleichung einer Ebene, Abstand Punkt-Ebene	53
2.3.2	Abstand Punkt-Gerade	55
2.3.3	Schnitt Gerade-Ebene	56
2.3.4	Schnitt zweier Ebenen	56
2.3.5	Winkel zwischen Geraden und Ebenen	58
	Aufgaben	58
3	Elementare Kurven und Flächen	61
3.1	Kreis und Kugel	61
3.1.1	Schnitt Gerade-Kugel	61
3.1.2	Tangente und Tangentialebene	62
3.2	Parameterdarstellungen	63
3.2.1	Kurven und Tangenten	63
3.2.2	Flächen und Tangentialebenen	65
3.2.3	EULERSche und implizite Flächendarstellung	67

8 Inhalt

3.3	Spezielle Flächen	68
3.3.1	Zylinder und Prisma	68
3.3.2	Kegel und Pyramide	69
3.3.3	Kreis im Raum, Drehzylinder und -kegel	69
3.3.4	Tangentialebenen an Zylinder und Kegel	70
3.3.5	Regelflächen und Torsen	71
	Aufgaben	74
4	Parallelprojektion	76
4.1	Grundbegriffe	76
4.1.1	Definition und Abbildungsdarstellung	76
4.1.2	Eigenschaften	79
4.1.3	Parallelriss einer Kurve bzw. Fläche	80
4.2	Perspektive Affinität	82
4.2.1	Definition und Eigenschaften	82
4.2.2	Die Ellipse als perspektiv affines Kreisbild	84
4.3	Axonometrie	87
4.3.1	Axonometrische Vorgaben und Abbildungsprinzip	88
4.3.2	Axonometrisches Zeichnen	89
4.3.3	Standardisierte Axonometrien	90
	Aufgaben	93
5	Zentralprojektion und der projektiv erweiterte Anschauungsraum	97
5.1	Der projektiv erweiterte Anschauungsraum	97
5.2	Zentralprojektion	99
5.2.1	Definition und Eigenschaften	99
5.2.2	Freie Perspektive	101
5.2.3	Abbildungsgleichungen	103
5.3	Rekonstruktion einer ebenen Figur	104
5.3.1	Doppelverhältnis	104
5.3.2	Rekonstruktion des Zentralrisses einer Geraden	107
• 5.3.3	Rekonstruktion einer ebenen Figur	108
	Aufgaben	109
6	Koordinatentransformationen und Bewegungen	111
6.1	Basis- und Koordinatensystemtransformation	111
6.1.1	Basistransformation	111
6.1.2	Koordinatensystemtransformation	113
6.2	Anwendungen in der ebenen Kinematik	114
6.2.1	Kartesische Koordinatentransformation in der Ebene	114
6.2.2	Punktbahnen und -geschwindigkeiten	115
6.2.3	Radlinien	118
6.3	Anwendungen in der räumlichen Kinematik	120
6.3.1	Drehungen im Raum	120
6.3.2	Roboter-Bewegung	122
6.3.3	Getriebebewegung	126

6.4	Bewegflächen	128
	6.4.1 Definition und Eigenschaften	128
	6.4.2 Drehflächen	129
	6.4.3 Schraubflächen	131
	Aufgaben	133
7	Abbildungen	134
7.1	Translationen, Spiegelungen und Drehungen	134
	7.1.1 Translation	134
	7.1.2 Spiegelung an einem Punkt bzw. einer Geraden	134
	7.1.3 Spiegelung an einer Ebene	135
	7.1.4 Drehung	136
7.2	Affine Abbildungen	137
	7.2.1 Definition und Eigenschaften	137
	7.2.2 Ähnlichkeit	140
	7.2.3 Produkte und Fixpunkte	140
7.3	Kongruente Abbildungen in der Ebene	142
	7.3.1 Orthonormale zweireihige Matrizen	142
	7.3.2 Bewegungen	143
	7.3.3 Umlegungen	144
7.4	Kongruente Abbildungen im Raum	145
	7.4.1 Bewegungen	145
	7.4.2 Umlegungen	148
	7.4.3 Klassifikation	151
	Aufgaben	151
8	Grundbegriffe der projektiven Geometrie	153
8.1	Vom projektiv erweiterten Raum zum projektiven Raum	153
	8.1.1 Homogene Punkt- und Hyperebenenkoordinaten	153
	8.1.2 Der d -dimensionale projektive Raum	156
	8.1.3 Dualitätsprinzip	158
8.2	Analytische Geometrie in der projektiven Ebene	160
	8.2.1 Verbinden und Schneiden von Punkten und Geraden	160
	8.2.2 Schnittpunktsätze	161
8.3	Kollineationen und Korrelationen	163
	8.3.1 Projektive Abbildungen	163
	8.3.2 Rekonstruktion einer ebenen Figur	165
	8.3.3 Kegelschnitte	167
8.4	Der dreidimensionale projektiv erweiterte Raum	172
	8.4.1 Grundbegriffe	172
	8.4.2 Verbinden und Schneiden	174
	8.4.3 PLÜCKERSche Geradenkoordinaten	175
	Aufgaben	177
9	Kurven	179
9.1	Natürliche Darstellung, invariante Ableitungen	179
	9.1.1 Sehnenpolygon und Bogenlänge	179
	9.1.2 Höhere invariante Ableitungen	181

10	Inhalt	
9.2	Das begleitende Dreibein	182
9.2.1	Tangenten-, Haupt- und Binormalenvektor	182
9.2.2	Formeln von FRENET	183
9.3	Geometrische Deutung von Krümmung und Windung	184
9.3.1	Berechnung von Krümmung und Windung	184
9.3.2	Kanonische Entwicklung	185
9.3.3	Der Krümmungskreis	186
9.4	Technisch wichtige ebene Kurven	187
9.4.1	Evolute und Evolvente	187
9.4.2	Parallelkurven	189
9.5	Computergestützter Kurvenentwurf	190
9.5.1	Aufgabenstellung	190
9.5.2	LAGRANGESche IP-Kurve	192
9.5.3	C^r - und G^r -Verbindung von Kurvensegmenten	194
9.5.4	HERMITESche IP-Kurven	196
9.5.5	BÉZIER-Kurven	198
	Aufgaben	201
10	Weitere spezielle Flächen	202
10.1	Interpolations- und Freiformflächen	202
10.1.1	Tensorprodukt-Interpolation mit LAGRANGESchen Polynomen	202
10.1.2	BÉZIER-Flächen	203
10.2	Flächen 2. Ordnung	205
	Aufgaben	207
	Lösungen	208
	Anhang: Überblick zur Matrizenrechnung	214
	Literatur	216
	Sachregister	218
	Bezeichnungen	222