

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	1
1.1 Eine kleine Problemsammlung	2
1.2 Notation	8
1.3 Vollständige Induktion	18
1.4 Funktionen	28
1.5 Relationen	35
1.6 Äquivalenz und andere spezielle Relationen	40
2 Ordnungen	47
2.1 Ordnungen und wie man sie zeichnen kann	47
2.2 Ordnungen und lineare Ordnungen	53
2.3 Die Teilmengenrelation	57
2.4 Groß heißt lang oder dick	59
3 Zähltheorie	64
3.1 Funktionen und Teilmengen	64
3.2 Permutationen	70
3.3 Binomialkoeffizienten	73
3.4 Näherungen: Eine Einführung	85
3.5 Näherungen: Fakultät	93
3.6 Näherungen: Binomialkoeffizienten	101
3.7 Inklusion–Exklusion	106
3.8 Vertauschte Hüte	112
4 Graphen	119
4.1 Definition eines Graphen; Isomorphismus	119
4.2 Teilgraphen, Komponenten, Adjazenzmatrix	129
4.3 Gradfolgen	136
4.4 Eulersche Graphen	142
4.5 Gerichtete Eulersche Graphen	151
4.6 2-Zusammenhang	156
4.7 Dreiecksfreie Graphen: ein Extremalproblem	163

5	Bäume	168
5.1	Definition und Charakterisierungen	168
5.2	Isomorphismen von Bäumen	175
5.3	Aufspannende Bäume eines Graphen	182
5.4	Minimal aufspannende Bäume	188
5.5	Die Algorithmen von Jarník und Borůvka	195
6	Graphen in der Ebene	201
6.1	Zeichnungen in die Ebene und andere Flächen	201
6.2	Kreise in ebenen Graphen	209
6.3	Die Euler-Formel	217
6.4	Das Vier-Farben-Problem	227
7	Die Methode des Doppelten Abzählens	240
7.1	Paritätsargumente	240
7.2	Der Satz von Sperner	250
7.3	Ein Problem der extremalen Graphentheorie	258
8	Die Anzahl aufspannender Bäume	264
8.1	Die Cayley-Formel	264
8.2	Ein Beweis mit Gradfolgen	266
8.3	Ein Beweis mit Wirbeltieren	268
8.4	Ein Beweis mit dem Prüfer-Code	270
8.5	Beweise mit Determinanten	274
8.6	Der zurzeit wohl einfachste Beweis	285
9	Endliche projektive Ebenen	289
9.1	Definition und grundlegende Eigenschaften	289
9.2	Existenz endlicher projektiver Ebenen	300
9.3	Orthogonale lateinische Quadrate	306
9.4	Kombinatorische Anwendungen	310
10	Wahrscheinlichkeit und probabilistische Beweise	314
10.1	Beweis durch Zählen	314
10.2	Endliche Wahrscheinlichkeitsräume	321
10.3	Zufallsvariable und Erwartungswert	333
10.4	Einige Anwendungen	339
11	Ramsey-Theorie	350
11.1	Eine Party zu sechst	351
11.2	Der Satz von Ramsey für Graphen	352
11.3	Eine untere Schranke für die Ramsey-Zahlen	355

12 Erzeugende Funktionen	358
12.1 Polynome	358
12.2 Potenzreihen	362
12.3 Fibonacci-Zahlen und der goldene Schnitt	375
12.4 Binäre Bäume	383
12.5 Würfeln	388
12.6 Zufallswege	389
12.7 Zahlpartitionen	393
13 Anwendungen der Linearen Algebra	401
13.1 Designs	401
13.2 Die Fisher-Ungleichung	407
13.3 Überdeckungen mit bipartiten Graphen	411
13.4 Der Zyklenraum eines Graphen	414
13.5 Ströme und Schnitte	418
13.6 Probabilistisches Testen	423
Anhang: Grundlagen aus der Algebra	435
Literatur	445
Hinweise zu ausgewählten Übungen	451
Stichwortverzeichnis	475