

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung in die Vektorrechnung</b> . . . . .	1
1.1	Vektoren und Linearkombinationen . . . . .	1
1.2	Längen und Skalarprodukte . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Das Lösen linearer Gleichungen</b> . . . . .	25
2.1	Vektoren und lineare Gleichungen . . . . .	25
2.2	Die Idee der Elimination . . . . .	40
2.3	Elimination mit Hilfe von Matrizen . . . . .	51
2.4	Regeln für Matrixoperationen . . . . .	62
2.5	Inverse Matrizen . . . . .	75
2.6	Elimination = Faktorisierung: $\mathbf{A}=\mathbf{LU}$ . . . . .	88
2.7	Transponierte und Permutationen . . . . .	102
<b>3</b>	<b>Vektorräume und Untervektorräume</b> . . . . .	117
3.1	Räume von Vektoren . . . . .	117
3.2	Der Kern von $A$ : Lösung von $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ . . . . .	129
3.3	Die Rang und die reduzierte Treppenform . . . . .	142
3.4	Die vollständige Lösung von $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . . . . .	153
3.5	Unabhängigkeit, Basis und Dimension . . . . .	164
3.6	Dimensionen der vier Unterräume . . . . .	181
<b>4</b>	<b>Orthogonalität</b> . . . . .	193
4.1	Orthogonalität der vier Unterräume . . . . .	193
4.2	Projektionen . . . . .	203
4.3	Kleinste-Quadrate Approximationen . . . . .	215
4.4	Orthogonale Basen und Gram–Schmidt . . . . .	229
<b>5</b>	<b>Determinanten</b> . . . . .	245
5.1	Die Eigenschaften von Determinanten . . . . .	245
5.2	Permutationen und Kofaktoren . . . . .	256
5.3	Cramer’sche Regel, Inverse und Volumen . . . . .	272
<b>6</b>	<b>Eigenwerte und Eigenvektoren</b> . . . . .	289
6.1	Eigenwerte: Einführung . . . . .	289
6.2	Diagonalisierung einer Matrix . . . . .	304

6.3	Anwendungen bei Differentialgleichungen . . . . .	319
6.4	Symmetrische Matrizen . . . . .	333
6.5	Positiv definite Matrizen . . . . .	346
6.6	Ähnliche Matrizen . . . . .	360
6.7	Singulärwertzerlegung . . . . .	368
<b>7</b>	<b>Lineare Abbildungen</b> . . . . .	<b>377</b>
7.1	Die Idee einer linearen Abbildung . . . . .	377
7.2	Die Matrix einer linearen Abbildung . . . . .	385
7.3	Basiswechsel . . . . .	399
7.4	Diagonalisierung und Pseudoinverse . . . . .	406
<b>8</b>	<b>Anwendungen</b> . . . . .	<b>419</b>
8.1	Graphen und Netzwerke . . . . .	419
8.2	Markov–Matrizen und Wirtschaftsmodelle . . . . .	432
8.3	Lineare Programmierung . . . . .	441
8.4	Fourierreihen: Lineare Algebra für Funktionen . . . . .	449
8.5	Computergrafik . . . . .	457
<b>9</b>	<b>Numerische lineare Algebra</b> . . . . .	<b>465</b>
9.1	Gauß’sche Elimination in der Praxis . . . . .	465
9.2	Normen und Konditionszahlen . . . . .	476
9.3	Iterative Methoden für lineare Algebra . . . . .	484
<b>10</b>	<b>Komplexe Vektoren und Matrizen</b> . . . . .	<b>497</b>
10.1	Komplexe Zahlen . . . . .	497
10.2	Hermitesche und unitäre Matrizen . . . . .	507
10.3	Die schnelle Fouriertransformation . . . . .	517
	<b>Lösungen zu ausgewählten Aufgaben</b> . . . . .	<b>527</b>
	<b>Eine Abschlussklausur</b> . . . . .	<b>587</b>
	<b>Matrix–Faktorisierungen</b> . . . . .	<b>591</b>
	<b>Durchgerechnete Aufgaben</b> . . . . .	<b>595</b>
	<b>Index</b> . . . . .	<b>649</b>
	<b>Unterrichtscodes</b> . . . . .	<b>655</b>