

# Inhaltsverzeichnis

<i>Prolog. Die Elemente des EUKLID</i> .....	1
1. EUKLID 2. Axiome 3. Über die Sprache der Geometrie	
 <i>Kapitel I. Grundlagen der ebenen euklidischen Geometrie</i> .....	5
Einleitung .....	5
§1. Affine Ebenen .....	7
1. Inzidenz-Axiome 2. Richtungen 3. Ordnung 4. Beispiele 5. Affine Isomorphismen 6*. Über das Parallelen-Axiom von EUKLID bis GAUSS	
§2. Translationsebenen .....	16
1. Dilatationen 2. Fixgeraden 3. Translationen 4. Translations-Axiom 5. $\mathbb{P}$ als additive Gruppe 6. Multiplikatoren-Schiefkörper 7. Beschreibung der Dilatationen 8. Automorphismen	
§3. Affine Koordinatenebenen .....	30
1. Satz von DESARGUES 2. DESARGUES-Ebenen 3. Affine Koordinatenebenen 4. Koordinatenebenen als DESARGUES-Ebenen 5*. Ausblicke	
§4. PAPPUS-Ebenen .....	38
1. Satz von PAPPUS 2. Dreimal PAPPUS ist DESARGUES 3. Äquivalenzsatz 4. Satz von WEDDERBURN	
§5. Euklidische Ebenen .....	42
1. Einleitung 2. Normierte Gruppen 3. Metrische Translationsebenen 4. Euklidische Ebenen 5. Hauptsatz für euklidische Ebenen	
 <i>Kapitel II. Affine Geometrie in Koordinatenebenen</i> .....	51
Einleitung .....	51
§1. Schnittpunkte von Geraden .....	52
1. Erinnerung an die Lineare Algebra 2. Determinantenfunktion 3. Geraden 4. Schnittpunkte 5. Die affine Gruppe 6. Die alternierende Funktion $[x, y, z]$ 7. Geometrische Interpretation der Addition	
§2. Erste Schnittpunktsätze .....	63
1. Strahlensätze 2. Satz von DESARGUES 3. Satz von PAPPUS 4. Satz von PASCAL 5*. Vollständiges Vierseit 6*. Allgemeiner Satz von DESARGUES	
§3. Anfänge einer Dreiecks-Geometrie .....	71
1. Dreiecke 2. Schwerpunktsatz 3*. Schwerpunkt von endlich vielen Punkten 4*. Das Analogon eines Flächenmaßes	

§4*.	Dreieckskoordinaten .....	75
	1. Definition 2. Geradengleichung 3. Parabel durch drei Punkte	
§5.	Die Sätze von MENELAOS und CEVA .....	78
	1. Ein Geradenmaß 2. Regula sex quantitatum 3. Historisches 4*. Ein Produkt auf den Geraden	
§6*.	Das Doppelverhältnis .....	83
	1*. Definition 2*. Harmonische Punkte	
§7*.	BROCARDSche Punkte .....	86
	1*. Eine quadratische Form 2*. Der Ansatz von BROCARD 3*. Eine Verallgemeinerung 4*. Analoge Punkte	
<i>Kapitel III. Analytische Geometrie in der euklidischen Ebene</i> .....		91
Einleitung .....		91
Gültigkeitsbereich* .....		92
§1.	Die reelle euklidische Ebene .....	93
	1. Das Skalarprodukt 2. Die Abbildung $x \mapsto x^\perp$ 3. Der Zusammenhang zwischen $[x, y]$ und $\langle x, y \rangle$ 4. Betrag und Abstand 5. Winkel 6. Die orthogonale Gruppe 7. Die Bewegungen der Ebene 8. Kongruenz und Ähnlichkeit 9*. Bewegungsinvarianten	
§2.	Das Dreieck .....	108
	Einleitung 1. Erste metrische Sätze 2. Geradengleichung 3. Abstand eines Punktes von einer Geraden 4. Mittelsenkrechte im Dreieck 5. Höhen im Dreieck 6. Halbebenen 7. Winkelhalbierende 8. Rechtwinklige Dreiecke 9*. Orientierte Flächen	
§3.	Trigonometrie .....	125
	1. Kongruenz-Sätze 2. Formel von HERON 3. Tangens-Satz 4. Relationen zwischen den Winkeln 5. Abstände zwischen vier Punkten 6*. Der Satz von MORLEY 7*. Der Satz von CONNES	
§4.	Geometrie und Arithmetik .....	135
	1. Pythagoräische Tripel 2. Die rationalen Punkte des Einheitskreises 3. Heronische Dreiecke 4. Satz von PITCH	
<i>Kapitel IV. Das Dreieck und seine Kreise</i> .....		143
Einleitung .....		143

§1.	Der Kreis . . . . .	143
	1. Mittelpunktsleichung 2. Tangente 3. Kreis und Gerade 4. Polare 5*. Mehrere Kreise 6*. Satz von BODENMILLER 7*. Die Stereographische Projektion 8*. Inversion am Kreis	
§2.	Der Umkreis eines Dreiecks . . . . .	159
	1. Existenzsatz 2. Peripheriewinkel 3. EULER-Gerade 4. FEUERBACH-Kreis 5*. Mittendreieck 6*. Höhenfußpunkt-Dreieck 7*. WALLACE-Gerade	
§3*.	Vier Punkte auf einem Kreis . . . . .	173
	1*. Vierecke 2*. Sehnenvierecke 3*. Satz von PTOLEMAEUS 4*. Satz von MIQUEL	
§4.	Die Berührungskreise eines Dreiecks . . . . .	177
	Einleitung 1. Mittelpunkte und Radien 2. Satz von LEIBNIZ 3. Folgerungen 4. Satz von FEUERBACH	
§5*.	Die komplexe Zahlenebene . . . . .	185
	1*. Die komplexen Zahlen als euklidische Ebene. 2*. Das komplexe Doppelverhältnis 3*. Der Satz von MIQUEL 4*. Die BROCARDschen Punkte 5*. Anwendungen	
	<i>Kapitel V. Kegelschnitte</i> . . . . .	197
	Einleitung . . . . .	197
§1.	Ellipsen und Hyperbeln . . . . .	198
	1. Ellipse 2. Hyperbel 3. Gemeinsame Beschreibung 4. Hauptachsentransformation 5. Tangenten 6. Brennpunkt-Tangenten-Abstand 7. Einhüllende Tangentenschar 8. Asymptoten einer Hyperbel 9*. Beschreibung durch Kreise	
§2.	Die Parabel . . . . .	213
	1. Definition 2. Tangenten 3. Brennpunkt-Tangenten-Abstand	
§3.	Die allgemeine Kurve zweiten Grades . . . . .	218
	1. Vorbemerkungen 2. Die allgemeine Gleichung zweiten Grades 3. Normalform 4. Klassifikation der Kurven zweiten Grades 5. Affine Normalformen 6. Kurven zweiten Grades als Kegelschnitte 7. Infinitesimale Beschreibung einer Tangente	
§4.	Scheitel- und Brennpunktgleichung . . . . .	226
	1. Kurven mit Leitlinien 2. Scheitelgleichung 3. Zusammenhang zwischen Scheitelgleichung und Mittelpunktsleichung 4. Brennpunktgleichung	
§5.	Der Fünf-Punkte-Satz und der Satz von PASCAL . . . . .	232
	1. Problemstellung 2. Schnittpunkte 3. Ein Polynom zweiten Grades 4. Fünf-Punkte-Satz 5. Satz von PASCAL 6. Beschreibung mit Determinanten	

<i>Kapitel VI. Grundlagen der ebenen projektiven Geometrie</i> .....	241
Einleitung .....	241
§1. Projektive Ebenen .....	242
1. Die Axiome 2. Die projektive Ebene über $K$ 3. Die Konstruktion einer projektiven Ebene 4. Die Konstruktion einer affinen Ebene 5. Projektive Isomorphismen 6. Dualität	
§2. Die projektive Ebene über einem Körper .....	250
1. Punkte und Geraden 2. Die Automorphismengruppe 3. Dualität 4. Der Satz von DESARGUES 5. Der Satz von PAPPUS/PASCAL	
§3. Die reelle projektive Ebene .....	259
1. Das Vektorprodukt 2. Quadriken 3. Der Fünf-Punkte-Satz 4. Tangenten 5. Der Satz von PASCAL	
<i>Literaturverzeichnis</i> .....	269
<i>Symbolverzeichnis</i> .....	273
<i>Sachverzeichnis</i> .....	275