

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen	1
1.1 Merkmal oder statistische Variable.....	1
1.1.1 Qualitative und Quantitative Merkmale	2
1.1.2 Diskrete und Stetige Merkmale.....	2
1.1.3 Skalierung von Merkmalen	3
1.2 Weitere Hinweise	4
1.3 Aufgaben.....	4
2. Häufigkeitsverteilungen	7
2.1 Absolute und relative Häufigkeiten.....	7
2.2 Empirische Verteilungsfunktion.....	8
2.3 Grafische Darstellungen	8
2.3.1 Stab- oder Balkendiagramme	9
2.3.2 Kreisdiagramme.....	9
2.3.3 Stamm-und-Blatt-Diagramme.....	10
2.3.4 Histogramme	11
2.4 Weitere Hinweise	12
2.5 Aufgaben.....	13
3. Maßzahlen für eindimensionale Merkmale	27
3.1 Lageparameter	27
3.1.1 Modus oder Modalwert	27
3.1.2 Median und Quantile	27
3.1.3 Arithmetisches Mittel	29
3.1.4 Geometrisches Mittel	31
3.2 Streuungsmaße.....	32
3.2.1 Spannweite und Quartilsabstand	32
3.2.2 Varianz und Standardabweichung.....	33
3.2.3 Variationskoeffizient	34
3.3 Box-Plots	35
3.4 Konzentrationsmaße	36
3.4.1 Lorenzkurven	37
3.4.2 Gini-Koeffizient	38
3.5 Weitere Hinweise	39

3.6	Aufgaben	39
4.	Analyse des Zusammenhangs zweier Merkmale	69
4.1	Darstellung der Verteilung zweidimensionaler Merkmale	69
4.1.1	Kontingenztafeln bei diskreten Merkmalen	69
4.1.2	Grafische Darstellung bei zwei diskreten Merkmalen	71
4.1.3	Grafische Darstellung der Verteilung gemischt stetig-diskreter Merkmale	71
4.1.4	Grafische Darstellung der Verteilung zweier stetiger Merkmale	72
4.2	Maßzahlen für den Zusammenhang zweier diskreter Merkmale	72
4.2.1	Pearsons Chi-Quadrat-Statistik	73
4.2.2	Phi-Koeffizient	74
4.2.3	Kontingenzmaß von Cramer	75
4.2.4	Kontingenzkoeffizient C	75
4.2.5	Der Odds-Ratio	76
4.2.6	Rangkorrelationskoeffizient von Spearman	77
4.3	Zusammenhang zwischen zwei stetigen Merkmalen	78
4.4	Weitere Hinweise	80
4.5	Aufgaben	81
5.	Lineare Regression	95
5.1	Einleitung	95
5.1.1	Das Modell	95
5.1.2	Grafische Vorüberlegungen	96
5.2	Prinzip der kleinsten Quadrate	97
5.2.1	Eigenschaften der Regressionsgeraden	99
5.3	Güte der Anpassung	101
5.3.1	Varianzanalyse	101
5.3.2	Die Rolle der Korrelation in der Regression	103
5.4	Lineare Regression mit kategorialen Regressoren	104
5.5	Weitere Hinweise	108
5.6	Aufgaben	109
6.	Kombinatorik	121
6.1	Einleitung	121
6.2	Permutationen	122
6.2.1	Permutationen ohne Wiederholung	122
6.2.2	Permutationen mit Wiederholung	123
6.3	Kombinationen	123
6.3.1	Kombinationen ohne Wiederholung und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	124
6.3.2	Kombinationen ohne Wiederholung, aber mit Berücksichtigung der Reihenfolge	124

6.3.3	Kombinationen mit Wiederholung, aber ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	125
6.3.4	Kombinationen mit Wiederholung und mit Berücksichtigung der Reihenfolge	126
6.4	Weitere Hinweise	126
6.5	Aufgaben	127
7.	Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung	131
7.1	Einleitung	131
7.2	Zufällige Ereignisse	131
7.3	Relative Häufigkeit und Laplacesche Wahrscheinlichkeit	135
7.4	Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung	136
7.4.1	Folgerungen aus den Axiomen	137
7.4.2	Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten	138
7.5	Bedingte Wahrscheinlichkeit	138
7.5.1	Motivation und Definition	138
7.5.2	Der Satz von Bayes	139
7.6	Unabhängigkeit	140
7.7	Weitere Hinweise	142
7.8	Aufgaben	143
8.	Zufallsvariablen	149
8.1	Einleitung	149
8.2	Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	149
8.3	Diskrete Zufallsvariablen und ihre Verteilungsfunktion	151
8.4	Stetige Zufallsvariablen und ihre Verteilungsfunktion	152
8.5	Erwartungswert und Varianz einer Zufallsvariablen	155
8.5.1	Erwartungswert	155
8.5.2	Rechenregeln für den Erwartungswert	156
8.5.3	Varianz	156
8.5.4	Rechenregeln für die Varianz	157
8.5.5	Standardisierte Zufallsvariablen	158
8.5.6	Erwartungswert und Varianz des arithmetischen Mittels	158
8.5.7	Ungleichung von Tschebyschev	159
8.6	Zweidimensionale Zufallsvariablen	159
8.6.1	Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen	160
8.6.2	Zweidimensionale stetige Zufallsvariablen	161
8.6.3	Momente von zweidimensionalen Zufallsvariablen	163
8.6.4	Korrelationskoeffizient	165
8.7	Weitere Hinweise	166
8.8	Aufgaben	166

9. Diskrete und stetige Standardverteilungen	175
9.1 Spezielle diskrete Verteilungen	175
9.1.1 Die diskrete Gleichverteilung	175
9.1.2 Die Einpunktverteilung	176
9.1.3 Die Null-Eins-Verteilung	177
9.1.4 Die Binomialverteilung	178
9.1.5 Die hypergeometrische Verteilung	179
9.2 Spezielle stetige Verteilungen	180
9.2.1 Die stetige Gleichverteilung	180
9.2.2 Die Normalverteilung	181
9.3 Weitere diskrete und stetige Verteilungen	185
9.3.1 Die Poissonverteilung	185
9.3.2 Die Multinomialverteilung	186
9.3.3 Die Exponentialverteilung	187
9.4 Prüfverteilungen	188
9.4.1 Die χ^2 -Verteilung	188
9.4.2 Die t -Verteilung	188
9.4.3 Die F -Verteilung	189
9.5 Weitere Hinweise	190
9.6 Aufgaben	190
10. Schätzung von Parametern	199
10.1 Einleitung	199
10.2 Punktschätzung von Parametern	200
10.2.1 Punktschätzung für μ bei einer normalverteilten Zufallsvariable	200
10.2.2 Punktschätzung für σ^2 bei einer normalverteilten Zufallsvariable	201
10.2.3 Punktschätzung von p bei einer binomialverteilten Zufallsvariable	201
10.3 Konfidenzschätzungen von Parametern	202
10.3.1 Grundlagen	202
10.3.2 Konfidenzschätzung des Erwartungswerts einer Normalverteilung	202
10.3.3 Konfidenzschätzung einer Binomialwahrscheinlichkeit	204
10.4 Weitere Hinweise	205
10.5 Aufgaben	205
11. Prüfen statistischer Hypothesen	209
11.1 Einleitung	209
11.2 Grundlegende Begriffe	209
11.2.1 Ein- und Zweistichprobenprobleme	209
11.2.2 Ein- und Zweiseitige Tests	210
11.2.3 Allgemeines Vorgehen	211
11.2.4 Fehler 1. und 2. Art	211

11.3	Einstichprobenprobleme	212
11.3.1	Prüfen des Mittelwerts bei bekannter Varianz (einfacher Gauss-Test)	212
11.3.2	Prüfung des Mittelwertes bei unbekannter Varianz (einfacher t -Test)	215
11.4	Zweistichprobenprobleme	216
11.4.1	Prüfen der Gleichheit der Varianzen (F-Test)	216
11.4.2	Prüfen der Gleichheit der Mittelwerte zweier unabhängiger normalverteilter Zufallsvariablen	219
11.4.3	Prüfen der Gleichheit der Mittelwerte aus einer verbundenen Stichprobe (paired t -Test)	221
11.5	Prüfen von Hypothesen über Binomialverteilungen	222
11.5.1	Prüfen der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses (Binomialtest für p)	222
11.5.2	Prüfen der Gleichheit zweier Binomialwahrscheinlichkeiten	223
11.6	Testentscheidung mit p -values	225
11.7	Weitere Hinweise	225
11.8	Aufgaben	226
12.	Nichtparametrische Tests	241
12.1	Einleitung	241
12.2	Anpassungstests	241
12.2.1	Chi-Quadrat-Anpassungstest	242
12.2.2	Kolmogorov–Smirnov–Anpassungstest	244
12.3	Homogenitätstests für zwei unabhängige Stichproben	245
12.3.1	Kolmogorov–Smirnov-Test im Zweistichprobenproblem	245
12.3.2	Mann–Whitney– U -Test	246
12.4	Weitere Hinweise	248
12.5	Aufgaben	248
13.	Multiple lineare Regression	259
13.1	Einleitung	259
13.2	Modellannahmen der multiplen Regression	259
13.3	Schätzung der Parameter	260
13.4	Prüfen von linearen Hypothesen	260
13.5	Weitere Hinweise	265
13.6	Aufgaben	266
14.	Analyse von Kontingenztafeln	273
14.1	Zweidimensionale kategoriale Zufallsvariablen	273
14.2	Unabhängigkeit	275
14.3	χ^2 -Unabhängigkeitstest	276
14.4	Die Vierfeldertafel	277
14.5	Weitere Hinweise	281

14.6 Aufgaben	281
15. Datenanalyse	287
15.1 Univariate deskriptive Analyse	288
15.1.1 Merkmal „Zustellzeit“	288
15.1.2 Merkmal „Temperatur der Pizza bei Anlieferung“	291
15.1.3 Merkmal „Filiale“	293
15.1.4 Zusammenfassung	293
15.1.5 Weiteres Vorgehen	294
15.2 Bivariate deskriptive Analyse	295
15.2.1 Bivariate Analyse von „Zustellzeit“ und „Filiale“	295
15.2.2 Bivariate Analyse von „Temperatur“ und „Filiale“	297
15.2.3 Zusammenfassung	299
15.3 Trivariate deskriptive Analyse	300
15.4 Induktive Analyse	301
15.4.1 Mann–Whitney–U–Tests	303
15.4.2 χ^2 –Unabhängigkeitstest	305
16. Multiple-Choice Aufgaben	309
16.1 Aufgaben	309
16.2 Lösungen	321
A. Tabellenanhang	339
Literaturverzeichnis	351
Sachverzeichnis	353