

Table des matières

1 Introduction

1.1	Interprétation de la théorie des suites de Sturm en termes de signatures et d'indice de Maslov	1
1.2	Énoncé du théorème fondamental de la K-théorie hermitienne et esquisse de notre démonstration	4
1.3	Relation avec la périodicité de Bott	8
1.4	Plan du mémoire	9
1.5	Conseils de lecture pour le lecteur pressé	11
	Avertissement	12
	Crédits	12

2 Algèbre linéaire symplectique

2.1	Définitions et notations	13
2.2	Formes de Sturm	19
2.3	Réduction symplectique, formes génératrices	23
2.4	Raffinements de la proposition 2.2.4	25

3 Sur la “composante connexe” du point base dans la lagrangienne infinie

3.1	La proposition clé	31
3.2	Relations entre la proposition 3.1.1 et la théorie de Ranicki [Ra4] [Ra1]	36
3.3	Compléments : formes primitives, formes d'enlacement	37
3.3.1	Formes primitives	37
3.3.2	Lagrangiens et formes d'enlacement	42

4	Le théorème fondamental de la K-théorie hermitienne, à la Karoubi-Villamayor	
4.1	Énoncé	47
4.2	Démonstrations	52
4.3	Indice de Maslov d'un quasi-lacet de lagrangiens	59
4.4	Commentaires sur la définition de l'indice de Maslov, relation avec la théorie de Ranicki (suite)	62
4.5	Un avatar du groupe $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$: le groupe $V(R)$ de Karoubi	65
4.5.1	Le groupe $V(R)$	65
4.5.2	Liens entre les groupes $V(R)$ et $(\pi_0 \mathcal{F})(R)$	73
4.5.3	Retour sur la définition de l'indice de Maslov	75
4.6	Indice de Maslov et formes d'enlacement sur $k[T]$ (k un corps)	77
4.7	Versions topologiques du théorème 4.2.10	82
4.8	Bande-annonce du chapitre 6	88
5	Suites de Sturm et H_2 de l'homomorphisme hyperbolique	
5.1	L'extension centrale canonique de $\mathrm{ESp}(R) \cdot \mathrm{GL}(R)$ par $V(R)$	91
5.2	Démonstrations concernant l'homomorphisme μ	97
5.3	Démonstrations concernant l'homomorphisme λ	104
5.4	Interprétation de l'isomorphisme $A(R) \cong V(R)$ en termes d'homologie des groupes	115
6	Généralisations	
6.1	Le cas linéaire (périodicité de Bott "complexe")	126
6.2	Le cas bilinéaire (périodicité de Bott "réelle")	131
6.2.1	Définition des foncteurs \mathcal{L}_i	132
6.2.2	Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^S \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 0 \pmod{2}$	142
6.2.3	Relation entre \mathcal{L}_{i+1} et $\Omega^{\mathbb{G}^m} \mathcal{L}_i$ pour $i \equiv 1 \pmod{2}$	146

Appendices

A	Technologie des formes de Sturm	
A.1	Version matricielle de la proposition 2.2.2	159
A.2	Sur les formes de Sturm non-dégénérées	161
A.3	Calcul de Déterminants	163

Table des matières	vii
A.4 Identité du trinôme et formes de Sturm	165
A.5 Formes de Sturm et résidu de formes bilinéaires symétriques	169
B Démonstration de la proposition 2.4.4	171
C Sur le graphe bipartite associé à la relation de transversalité des lagrangiens	177
D Invariance homotopique du $_W_1$	
D.1 Sur l'invariant de Witt d'un lagrangien libre	186
D.2 Le lemme de Pardon	188
D.3 Linéarisation à la Balmer [BA]	191
D.4 Démonstration du théorème D	193
Références	197